

10. 流体运动学

10.1 某一流动的拉格朗日描述是

$$\begin{cases} x = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \cos(\omega t + \arctg \frac{y_0}{x_0}), \\ y = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \sin(\omega t + \arctg \frac{y_0}{x_0}). \end{cases}$$

试改用欧勒方式描述的速度场。

10.2 已知如下的速度场。试描绘流线；计算张变速率、切变速率和转动角速度；如是无旋流动，求出速度势；判断流体是可压缩的还是不可压缩的。

(i) $v_x = \frac{kx}{x^2 + y^2}, v_y = \frac{ky}{x^2 + y^2}, v_z = 0$ (k 是常数)；

(ii) $v_x = -\frac{ky}{x^2 + y^2}, v_y = \frac{kx}{x^2 + y^2}, v_z = 0$ (k 是常数)；

(iii) $v_x = \frac{-2xyz}{x^2 + y^2}, v_y = \frac{(x^2 - y^2)z}{x^2 + y^2}, v_z = \frac{y}{x^2 + y^2}$ ；

(iv) $v_x = -A + B \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} - \frac{ky}{x^2 + y^2}$ ，

$v_y = B \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{kx}{x^2 + y^2}, v_z = 0$. (k, A, B 是常数)；

(v) $v_\rho = ka\rho^n e^{-k(n+1)\varphi}, v_\varphi = a\rho^n e^{-k(n+1)\varphi}, v_z = 0$ (k 和 a 是常数)。

10.3 已知速度势为

(i) $ax(x^2 - 3y^2)$ (常数 $a > 0$)，

(ii) $-\frac{1}{2\pi} c\varphi$ (φ 是极坐标中的极角， c 是常数)，

试求速度场和流线。

10.4 已知速度势为复变函数 $f(z) = A \ln(z - \frac{1}{z})$ ，其中常数 $A > 0$ ，试求速度场和流线。

11. 流体动力学

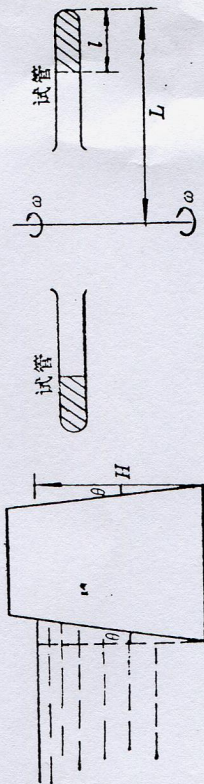
11.1 在静止流体中没有切应力。试根据这条件从(32.4)导出(37.2)。在无粘滞流体中没有切应力。试根据这条件从(33.1)导出(39.1)。

11.2 小车上有一敞口水柜，水柜沿小车的行进方向的长度为 L 。当小车静止时，水面在水柜的敞口下方 h 处。

今使小车以匀加速 a_0 前进，试求水柜中水面形状。为免水从敞口溢出， a_0 不得超过怎样的数值？并求水中的压强分布。

题 11.2

11.3 马德堡半球是半球形壳，两个这种壳密合在一起构成空心球壳。现将球壳中的空气尽行抽出，问需用多大的力才能够把这两个壳分开？已知球的半径为 R ，球外的大气压为 p_0 。



题 11.4

11.4 水坝为什么上窄下宽？图示的水坝每米坝长所受水的压力为多大？此压力对坝边的力矩多大？

题 11.5

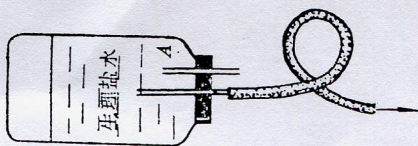
11.5 离心机高速旋转时，试管几乎是水平的，设试管内所盛液体的深度为 l ，液体密度为 ρ 。试管底与转轴距离为 L 。求试管底的压强。

11.6 气压公式(37.10)的推导中假定了气体温度均匀。试将这一定假定改为 $p = C\rho^n$ (C 和 n 是常数， n 叫作多方指数)，从而推导修订的气压公式。

11.7 圆柱形光滑玻璃杯，直径为 D 。杯中有一匀质棒，棒长 $l (> D)$ ，密度为 $\rho (< \text{水的密度 } \rho_0)$ 。注水入杯，使水深为 h 。求棒对杯的压力。

11.8 风正对一堵墙吹来，风速 20 米/秒。设风吹到墙上并不弹回，求风对墙的压强。(空气密度 1.3 千克/米³)。

11.9 图示静脉点滴注生理盐水时使滴注速率保持一



题 11.9